



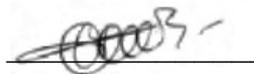
**Частное учреждение высшего образования  
«Институт государственного администрирования»**

---

**Факультет Экономики и управления  
Кафедра Экономики и менеджмента**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

 П.Н. Рузанов

«28» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ»**

**Направление подготовки:**

**38.03.02 «Менеджмент»**

**Профиль: «Менеджмент организации»**

**Квалификация: бакалавр**

**Форма обучения: очная, заочная**

Москва 2023 г.

Направление подготовки	<b>38.03.02 «Менеджмент»</b> (код и наименование направления подготовки)
Направленность (профиль) подготовки	<b>«Менеджмент организации»</b> (наименование профиля подготовки)
Квалификация выпускника	<b>бакалавр</b>
Форма обучения	<b>Очная/заочная</b>

Рабочая программа по дисциплине **«Математические модели в экономике»** составлена на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования к минимуму содержания и уровню подготовки бакалавра для обучающихся по направлению подготовки **38.03.02 «Менеджмент»**

**СОСТАВИТЕЛЬ :**

Чесноков Н.А.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
8. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)
9. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы
10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами дисциплина «Математические модели в экономике» обеспечивает инструментарий формирования следующих общекультурных и профессиональных компетенций по направлению подготовки:

## Цель и задачи дисциплины

### Цель дисциплины

освоение студентами аппарата исследования операций, различных видов математического программирования для анализа и моделирования реальных процессов в условиях профессиональной деятельности.

### Задачи дисциплины

- сформировать у студентов научное мировоззрение;
- развить логическое мышление;
- сформировать умение формализовывать задачи профессиональной сферы;
- обучить решению математических задач и количественному анализу различных процессов с помощью математических инструментов.

### Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

<i>Коды компетенции</i>	<i>Содержание компетенций</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</i>
<b>ОК-3</b>	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	<b>Знать:</b> основные понятия и категории экономики, ключевые концепции экономической теории, роль экономики в обосновании типов и моделей экономической политики. <b>Уметь:</b> анализировать экономические явления на уровне национальной и мировой экономики, адаптировать знания экономики к профессиональной сфере деятельности управленца. <b>Владеть:</b> методами экономического анализа, построения закрытых и открытых моделей роста и развития национальной экономики.
<b>ОК-6</b>	способностью к самоорганизации и самообразованию	<b>Знать:</b> принципы системы организации труда, элементы организации труда <b>Уметь:</b> определять ключевые проблемы в сфере труда на предприятии и в обществе <b>Владеть:</b> высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности в трудовой сфере
<b>ПК-6</b>	способностью участвовать в	<b>Знать:</b> основные методы сбора, анализа и обработки статистических данных и информации с использованием

	управлении проектом, программой внедрения технологических и продуктовых инноваций или программой организационных изменений	различных средств информационного обеспечения; <b>Уметь:</b> осуществлять сбор статистических данных, анализировать, обобщать и воспринимать статистическую информацию, информацию и научно-аналитические материалы, формулировать алгоритмы решения поставленных экономических задач; <b>Владеть:</b> аналитическими и вычислительными способностями.
<b>ПК-8</b>	владением навыками документального оформления решений в управлении операционной (производственной) деятельности организаций при внедрении технологических, продуктовых инноваций или организационных изменений	<b>Знать:</b> документационное оформление решений в управлении операционной (производственной) деятельностью организаций при внедрении технологических, продуктовых инноваций или организационных изменений. <b>Уметь:</b> осуществлять документирование результатов профессиональной деятельности кратко и содержательно по принципу: «максимальное количество информации в минимальном объёме материального носителя как бумажного так и электронного»; <b>Владеть:</b> навыками документационного оформления решений в управлении операционной (производственной) деятельностью организаций при внедрении технологических, продуктовых инноваций или организационных изменений, навыками составления деловой корреспонденции, стилем делового письма.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Математические модели в экономике» является вариативной дисциплиной (дисциплиной по выбору)

Для изучения дисциплины студент должен обладать знаниями, полученными в ходе изучения дисциплин «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Дисциплина «Математические модели в экономике» является предшествующей для дисциплин «Комплексный экономический анализ», «Поиск и обработка экономической информации», «Финансовая информатика», «Математические модели в экономике», «Пакеты прикладных программ экономики».

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

-основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач;

**уметь:**

-применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;

**владеть:**

-навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;

-методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

### 3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость 180 часов, 5 зачетных единиц

#### 3.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

##### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	84	А
В том числе:		
Лекции	50	50
Практические занятия (ПЗ)	34	34
Семинары (С)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	69	69
В том числе:		
Курсовой проект (работа)	-	-
Расчетно-графические работы	-	-
Реферат	-	-
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	69	69
Текущий контроль	ТК-1, ТК-2	ТК-1, ТК-2
Вид промежуточной аттестации	экзамен	экзамен
Общая трудоемкость 108 час., 3 зач. ед.	180	180

##### Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	18	А
В том числе:		
Лекции	10	10
Практические занятия (ПЗ)	8	8
Семинары (С)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	153	153
В том числе:		
Курсовой проект (работа)	-	-
Расчетно-графические работы	-	-
Реферат	-	-
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	153	153

Текущий контроль	ТК-1, ТК-2	ТК-1, ТК-2
Вид промежуточной аттестации	экзамен	экзамен
Общая трудоемкость 108 час., 3 зач. ед.	180	180

#### 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы (модули) и темы дисциплин и виды занятий

#### Тематический план

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего	Всего аудиторных часов	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			
				Лекции и	Семинары, практические занятия	Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Тема 1. Основы системного анализа	19	10	6	4	9	Аудиторные самостоятельные работы, опрос
2	Тема 2. Экономико-математическое моделирование.	19	10	6	4	9	Аудиторная контрольная работы, опрос
3	Тема 3. Транспортная модель.	19	10	6	4	9	Аудиторные самостоятельные работы
4	Тема 4. Линейное и целочисленное программирование	21	12	8	4	9	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
5	Тема 5. Нелинейное программирование. Динамическое программирование	25	14	8	6	11	Опрос, семестровые типовые расчеты
6	Тема 6. Синергетика и фрактальное моделирование	25	14	8	6	11	Аудиторные самостоятельные работы
7	Тема 7. Сетевые методы анализа и управления	25	14	8	6	11	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
<b>Экзамен</b>		<b>27</b>				<b>27</b>	
<b>ИТОГО</b>		<b>180</b>	<b>84</b>	<b>50</b>	<b>34</b>	<b>96</b>	

### Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего	Всего аудиторных часов	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			
				Лекции	Семинары, практические занятия	Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Тема 1. Основы системного анализа	23	2	2	-	21	Аудиторные самостоятельные работы, опрос
2	Тема 2. Экономико-математическое моделирование.	21	2	-	-	21	Аудиторная контрольная работы, опрос
3	Тема 3. Транспортная модель.	25	2	2	2	21	Аудиторные самостоятельные работы
4	Тема 4. Линейное и целочисленное программирование	23	2	-	2	21	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
5	Тема 5. Нелинейное программирование. Динамическое программирование	25	3	2	2	21	Опрос, семестровые типовые расчеты
6	Тема 6. Синергетика и фрактальное моделирование	23	3	2	-	21	Аудиторные самостоятельные работы
7	Тема 7. Сетевые методы анализа и управления	31	4	2	2	27	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
<b>Экзамен</b>		<b>9</b>				<b>9</b>	
<b>ИТОГО</b>		<b>180</b>	<b>18</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>153</b>	

### *Содержание дисциплины*

#### Тематическое содержание разделов дисциплины

#### Тема 1. Основы системного анализа

Понятие о управлении и области его применения. Программный метод управления. Принцип обратной связи. Формирование и управление программой. Возникновение и развитие теории управления ЭС. Модели производства: каноническая, кибернетическая иерархическая и сетевая. Модель. Система. Классификация аппаратов ММ и их взаимосвязь. Этапы построения ММ ЭС. Понятие устойчивости. Методы анализа устойчивости. Основы моделирования управленческих решений в экономике. Оптимизационные модели экономической динамики; ММ оптимальных управляемых процессов. Общие постановки задачи оптимального управления для непрерывных и дискретных процессов.

## **Тема 2. Экономико-математическое моделирование**

Задача Коши для дифференциальных уравнений и ее решение. Задание ЭС во временной области с помощью макроподхода. Преобразование Лапласа. Развитие экономики в рамках однопродуктовой макромоделей; магистральное решение. Линейные непрерывные САУ в пространстве состояний. Траектории в фазовом пространстве. Системы преобразования дискретной информации в непрерывную информацию и обратно. Линейные разностные уравнения и с постоянными коэффициентами

## **Тема 3. Транспортная модель.**

Постановка транспортной задачи. Сбалансированная транспортная модель. Поиск начального допустимого базисного решения. Метод северо-западного угла. Метод минимальной стоимости. Метод потенциалов. Построение замкнутых контуров.

## **Тема 4. Линейное и целочисленное программирование**

Оптимизационные задачи в экономике. Общая задача оптимизации. Общая задача линейного программирования, ее формы и геометрический смысл. Свойства задачи линейного программирования. Графический метод и симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Метод искусственных переменных. Двойственная задача линейного программирования. Двойственный симплекс-метод. Постановка задачи целочисленного программирования. Методы отсечения и метод Гомори решения задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ.

## **Тема 5. Нелинейное программирование. Динамическое программирование**

Глобальный и условный экстремумы. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Метод множителей Лагранжа. Выпуклые множества и выпуклые функции. Задача выпуклого программирования. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.

Общая постановка задачи динамического программирования. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования. Особенности модели динамического программирования. Принцип оптимальности управления. Уравнения Беллмана. Условная оптимизация. . Понятие вычислительной сложности и NP-трудные задачи.

## **Тема 6. Синергетика и фрактальное моделирование**

Статистическое моделирование. Вероятностные характеристики ЭС. Исследование ЭС методами имитационного моделирования. Популяционная динамика. ММ Мальтуса, Воль-

терры-Лотки, логистическое уравнение. Траектории в фазовом пространстве. Хаотические процессы и системы. Аттракторы. Бифуркации. Аттрактор Лоренца. Способы упорядочения хаоса. Гармонизирующие инварианты. Фракталы и их классификация. Геометрические фракталы. Алгебраические фракталы: множества Жюлиа и Мандельброта.

## **Тема 7. Сетевые методы анализа и управления**

Назначение и область применения сетевых методов. Сетевая модель и ее основные элементы. Порядок и правила построения сетевых графиков. Критический путь. ММ ЭС на основе сетей Петри. Связь сетей Петри с разностными уравнениями.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

### **Образовательные технологии**

*Проведение лекций, практических занятий сопровождается демонстрацией презентаций с применением мультимедийного оборудования. Выполнение заданий для самостоятельной работы осуществляется с использованием информационно-справочных систем, электронных библиотек и справочников. Решение заданий для самостоятельной работы предусматривает использование прикладных математических программ (Mathcad, Excel и пр.)*

Содержание УМКД предусматривает изучение настоящей дисциплины в виде лекций, семинарских (практических) занятий, самостоятельной работы. Основной упор делается на решении задач по соответствующим темам, включая самостоятельную работу с учебником и с задачником.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной или рейтинговой формах. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию, к экзамену (зачету) не допускаются. Зачеты и экзамены проводятся в письменной форме. Типовые задачи для экзамена приведены в соответствующем разделе настоящего УМКД. Типовой экзаменационный билет содержит 3 задания по всем основным темам курса. При оценке письменных экзаменационных работ студентов следует придерживаться следующих критериев: за каждое задание билета выставляется балл в диапазоне от 0 до 1 с шагом 0,1. Например, если задача решена наполовину, то ставится 0,5 балла, если задача решена с незначительной ошибкой – ставится 0,8 или 0,9, за полностью правильно решенную задачу ставится 1 балл. Далее подсчитывается сумма баллов. Если сумма баллов меньше 1, то ставится оценка «неудовлетворительно» («незачтено»), от 1,0 до 1,9 – «удовлетворительно» (и более – «зачтено»), от 2,0 до 2,5 – «хорошо», 2,6 и выше – «отлично».

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

#### **Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

#### ***Методические рекомендации студенту по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа по дисциплине «Математические методы в экономике» предполагает: выполнение студентами домашних заданий, типовых семестровых расчетов, контрольных работ. Самостоятельная работа студентов предполагает изучение теоретического и практического материала по актуальным вопросам дисциплины. Рекомендуется самостоятельное изучение учебной и научной литературы, использование справочной литературы и интернет-ресурсов. Контрольные работы и типовые расчеты предоставляются в течение семестра, в срок, определяемый графиком учебного процесса, до проведения экзамена.

При выдаче заданий на самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Перед выполнением студентами самостоятельной внеаудиторной работы преподаватель проводит инструктаж по выполнению задания, который включает: цель задания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. Инструктаж проводится преподавателем за счет объема времени, отведенного на изучение дисциплины.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально.

Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента ;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный). Текущий контроль осуществляется на практических занятиях, промежуточный контроль осуществляется на зачете, экзамене в письменной (устной) форме.

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность умений;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

#### Перечень тем для самостоятельной работы

- Моделирование в экономике и его использование в современном мире.
- Модель Василия Леонтьева многоотраслевой экономики и современная экономика.
- Основные задачи исследования операций.
- Основные понятия и принципы исследования операций.
- Математические модели исследования операций. Инструментарий исследования операций.
- Современные ИТ-технологии и решение задач линейного программирования.
- Отыскание решения задачи линейного программирования посредством программного обеспечения.
- Роль транспортных моделей в условиях развития современной экономике.

- Построение и исследование транспортных моделей инновационными методами.
- Роль и место нелинейного программирования в исследовании экономических закономерностей.
- Порядок и принципы построения сетевых графиков.
- Сетевое планирование с его роль в успешной работе предприятия (фирмы, компании).

Задачи для самостоятельной работы

1. *Модель Леонтьева.*

Найти валовой продукт (при расчетах необходимо найти матрицу прямых и матрицу полных затрат).

1.

<i>Отрасли</i>	<i>Прямые межотраслевые потоки</i>				<i>Конечный продукт</i>	<i>Валовой продукт</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>		
<i>1</i>	<i>30</i>	<i>30</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	<i>60</i>	
<i>2</i>	<i>25</i>	<i>50</i>	<i>40</i>	<i>42</i>	<i>25</i>	
<i>3</i>	<i>30</i>	<i>40</i>	<i>35</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	
<i>4</i>	<i>30</i>	<i>50</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	<i>40</i>	

2.

<i>Отрасли</i>	<i>Прямые межотраслевые потоки</i>				<i>Конечный продукт</i>	<i>Валовой продукт</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>		
<i>1</i>	<i>30</i>	<i>30</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	<i>60</i>	
<i>2</i>	<i>25</i>	<i>60</i>	<i>40</i>	<i>42</i>	<i>25</i>	
<i>3</i>	<i>25</i>	<i>40</i>	<i>40</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	
<i>4</i>	<i>30</i>	<i>50</i>	<i>50</i>	<i>35</i>	<i>40</i>	

3.

. Убедиться, что модель Леонтьева продуктивна. Найти вектор конечного продукта для нового вектора валового выпуска  $X = \begin{pmatrix} d \\ e \end{pmatrix}$ . Найти вектор валового выпуска для нового

вектора конечного продукта  $Y = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$ .

	$x_1$	$x_2$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$d$	$e$	$f$	$g$
<i>Значения</i>	<i>600</i>	<i>300</i>	<i>20</i>	<i>80</i>	<i>70</i>	<i>100</i>	<i>700</i>	<i>400</i>	<i>600</i>	<i>900</i>

2. *Общая задача линейного программирования.*

Запишите экономико-математическую модель для следующих задач:

1. Известно, что содержание трех питательных веществ А, В и С в рационе должно быть не менее 80, 60 и 30 единиц соответственно. Указанные питательные вещества содержат три вида продуктов. Содержание единиц питательных веществ в одном килограмме продуктов приведено в таблице

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ		
	I	II	III
A	1	4	3
B	2	4	2
C	2	1	3
Цена за 1 кг продукта	10	12	8

Определите дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ.

2. Торговое предприятие реализует 4 группы товаров (А, В, С и D). Нормы затрат ресурсов на каждый тип товаров, лимиты ресурсов, а также доход на единицу каждой продукции заданы в таблице. Определить плановый объем продаж так, чтобы доход торгового предприятия был максимален.

Виды ресурсов	Норма затрат ресурсов на 1 ед. товара				Лимит ресурсов
	A	B	C	D	
I	0,2	1,2	3	0,8	1400
II	0,5	0,2	0,1	0,05	200
III	3	0,5	1	2	1000
IV	5	7	4	8	800
Доход на ед. продукции, руб.	4	5	3	4	

3. *Графический метод.*

Решить задачи графическим методом.

$$1. \begin{cases} Z = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 \leq 1; \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 12; \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 9; \\ x_1 + x_2 \leq 6; \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 2; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \leq 4; \\ 2x_1 - x_2 \leq 9; \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 30; \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. *Симплекс-метод.*

Решить задачи симплекс-методом.

1. Сформулируйте вариант приготовления бензина АИ-93 и АИ-95, который обеспечивает максимальный доход от продажи, если имеется 9 т смеси 1-го сорта и 32 т 2-го сорта. На изготовление АИ-93 идет 60% смеси 1-го сорта и 40% смеси 2-го сорта, на изготовление АИ-95 идет 80% смеси 1-го сорта и 20% смеси 2-го сорта. Реализуется 1 т бензина АИ-93 за 82000 рублей, а 1 т АИ-95 – за 11000 рублей.
2. Хлебозавод производит 2 типа торта «БИС» и «КВИТ». Для производства 1 т «БИС» требуется 0,3 ч работы оборудования, а для «КВИТ» - 0,5 ч. Расход специального ингредиента на них составляет 0,4 и 0,1 т на т соответственно. Ежедневно в распоряжении завода 12 т ингредиента и 15 ч работы оборудования. Доход от продажи торта «БИС» составляет 20000 руб., а «КВИТ» - 31000 руб. Определить ежедневный план производства тортов каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от продаж.

5. *Метод искусственных переменных.*

Решить задачи симплекс-методом, используя метод искусственных переменных.

$$Z = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$$

1. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4; \\ x_1 + 2x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

2. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4; \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2; \\ x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. *Двойственная задача симплекс-метода.*

Составить задачи двойственные данным и найти их решения, используя теорему двойственности.

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

1. 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq -2; \\ x_1 - 2x_2 \geq -13; \\ 3x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$Z = 10x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

2. 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 \geq 1; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 3; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

7. *Транспортная задача.*

1. В пунктах А и В находятся соответственно 110 и 190 т горючего. Пунктам 1, 2 и 3 требуется соответственно 70, 90 и 140 т горючего. Стоимость перевозки 1 т горючего из пункта А в пункты 1, 2, 3 равна 200, 300 и 400 руб., а из пункта В в пункты 1, 2, 3 – 600, 200 и 500 руб. за 1 т соответственно. Составить план перевозок горючего, минимизирующий общую сумму транспортных расходов.

8. *Целочисленное программирование.*

Найти решение следующих задач целочисленного программирования.

$$Z = 10x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 17; \\ 10x_1 + 3x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \\ x_1, x_2 - \text{целые.} \end{cases}$$

$$Z = 10x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 16; \\ 2x_1 + x_2 \leq 16; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \\ x_1, x_2 - \text{целые.} \end{cases}$$

9. *Нелинейное программирование.*

Определить методом множителей Лагранжа экстремум функции.

1.  $Z = x_1^2 + x_2^2$  при  $x_1 + x_2 = 1$ ;

2.  $Z = 3x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 + 1$  при  $x_1^2 + x_2^2 = 4$

10. *Динамическое программирование.*

1. Имеется 4 предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. усл. ед. средств. Значение прироста выпуска продукции на предприятии в зависимости от выделенных средств  $X$  представлена в таблице. Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать прирост выпуска продукции.

$X$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
20	16	14	15	15
40	30	32	36	25
60	49	50	45	22
80	51	48	57	36
100	72	60	70	51

### Образовательные технологии

Семестр	Вид занятия	Тема занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
4/2	Л	<b>Тема 6. Синергетика и фрактальное моделирование</b> Статистическое моделирование. Вероятностные характеристики ЭС. Исследование ЭС методами имитационного моделирования. Популяционная динамика. ММ Мальтуса, Вольтерры-Лотки, логистическое уравнение. Траектории в фазовом пространстве. Хаотические процессы и системы. Аттракторы. Бифуркации. Ат-	Лекция диалог Просмотр презентаций	4/2

		трактор Лоренца. Способы упорядочения хаоса. Гармонизирующие инварианты. Фракталы и их классификация. Геометрические фракталы. Алгебраические фракталы: множества Жюлиа и Мандельброта.		
	С			
	ПР	<b>Тема 6. Синергетика и фрактальное моделирование</b> Статистическое моделирование. Вероятностные характеристики ЭС. Исследование ЭС методами имитационного моделирования. Популяционная динамика. ММ Мальтуса, Вольтерры-Лотки, логистическое уравнение. Траектории в фазовом пространстве. Хаотические процессы и системы. Аттракторы. Бифуркации. Аттрактор Лоренца. Способы упорядочения хаоса. Гармонизирующие инварианты. Фракталы и их классификация. Геометрические фракталы. Алгебраические фракталы: множества Жюлиа и Мандельброта	Лекция диалог Просмотр презентаций	6/0
	ЛР			
Итого:				

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

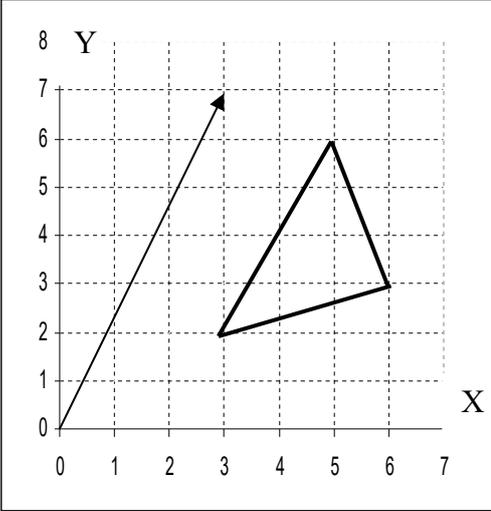
#### *Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины*

Текущий контроль успеваемости студентов проверяется в ходе практических занятий, при выполнении и оценке самостоятельных заданий, индивидуальных домашних работ, по результатам тестирования и тематических контрольных работ.

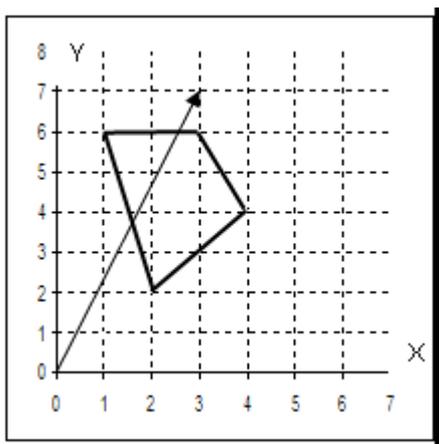
#### Примерные тестовые задания

1	<b>Что называется экономико-математической моделью:</b>
a	упрощенные и формально описанные экономические явления
b	макет предприятия
c	схема работы хозяйственной единицы
d	любой, формально описанный процесс
2	<b>В каком случае задачу линейного программирования можно решать графически?</b>
a	если в задаче 2 переменных
b	любую задачу линейного программирования можно решать графически
c	если ограничения заданы равенствами
d	если ограничения заданы неравенствами

3	Экономическая интерпретация целевой функции в задаче линейного программирования заключается в ...
a	Моделировании эластичности спроса.
b	Моделировании некоторых ограничений производства.
c	Моделировании динамики развития объекта управления.
d	Моделировании эластичности предложения.
e	Моделировании суммарной прибыли субъекта операции.
4	Перед применением симплекс-метода решения задачи линейного программирования необходимо ...
a	Привести целевую функцию к стандартному виду.
b	Привести неравенства ограничений к стандартному виду.
c	Отложить вектор градиента целевой функции на координатной плоскости.
d	Привести целевую функцию и неравенства ограничений к стандартному виду.
e	Построить область допустимых решений на координатной плоскости.
5	Для двухотраслевой модели Леонтьева $\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_{11} & x_{12} & x_{21} & x_{22} \\ 40 & 40 & 15 & 10 & 6 & 15 \end{matrix}$ вектор конечного продукта $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ равен...
a	$\begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$
b	$\begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix}$
c	$\begin{pmatrix} 15 \\ 9 \end{pmatrix}$
d	$\begin{pmatrix} 9 \\ 15 \end{pmatrix}$
6	Для двухотраслевой модели Леонтьева $\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_{11} & x_{12} & x_{21} & x_{22} \\ 100 & 50 & 5 & 10 & 6 & 5 \end{matrix}$ коэффициент прямых затрат $a_{12}$
a	0,06
b	0,05
c	0,2
d	0,1
7	Матрица коэффициентов прямых затрат будет продуктивна, если $a$ будет... $\begin{pmatrix} 0,7 & a \\ 0,7 & 0,7 \end{pmatrix}$
a	никогда ни будет
b	$<0,5$
c	$>0,5$
d	$>0,7$
8	По матрице прямых затрат $A$ и вектору валового продукта $X$ трех взаимосвязанных отраслей экономической системы рассчитайте конечное потребление $Y$ каждой отрасли:

	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0,1 & 0,05 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,15 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 150 \end{pmatrix}$
a	$Y = \begin{pmatrix} 72,5 \\ 90 \\ 70 \end{pmatrix}$
b	$Y = \begin{pmatrix} 75,3 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix}$
c	$Y = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 36,9 \\ 80 \end{pmatrix}$
d	$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 30,8 \\ 12 \end{pmatrix}$
e	$Y = \begin{pmatrix} 18,9 \\ 30 \\ 13 \end{pmatrix}$
9	<p>На графике треугольником обозначена область допустимых решений в задаче линейного программирования для целевой функции <math>z = f(x, y)</math>. Стрелкой изображен вектор-градиент целевой функции.</p>  <p>Минимальное значение целевой функции в данной задаче равно</p>
a	10
b	12
c	23
d	33
e	44
10	<p>На графике четырехугольником обозначена область допустимых решений в задаче линейного программирования для целевой функции <math>z = f(x, y)</math>. Стрелкой изображен</p>

вектор-градиент целевой функции.

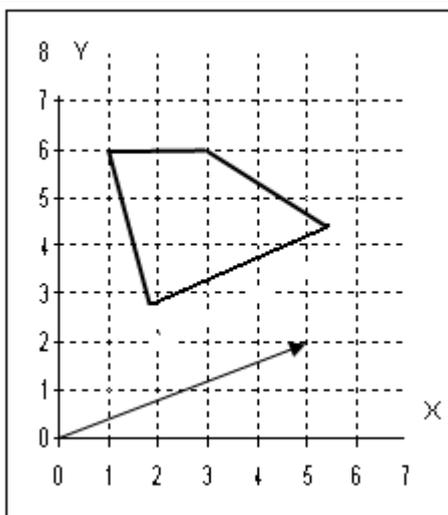


Максимальное значение целевой функции в данной задаче равно

a	51
b	52
c	60
d	64
e	80
11	Решить задачу линейного программирования: $F(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
a	$x_{\min} = (2; 3) \quad F_{\min} = 9$
b	$x_{\min} = (1; 4) \quad F_{\min} = 7$
c	$x_{\min} = (3; 2) \quad F_{\min} = 11$
d	$x_{\min} = (4; 1) \quad F_{\min} = 13$
e	$x_{\min} = (5; 0) \quad F_{\min} = 15$
12	В таблице представлена нулевая итерация симплекс-метода в задаче максимизации целевой функции z.  <p style="text-align: center;">Переменные</p>

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ба- зис</th> <th>Сво- бод-</th> <th><math>x_1</math></th> <th><math>x_2</math></th> <th><math>x_3</math></th> <th><math>x_4</math></th> <th>Оце- ночные</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x_3</math></td> <td>20</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>x_4</math></td> <td>12</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>Z</math></td> <td>0</td> <td>-3</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>На следующей итерации симплекс-метода в ячейке, отмеченной черным квадратом, будет число равное</p>	Ба- зис	Сво- бод-	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Оце- ночные	$x_3$	20	4	5	1	0		$x_4$	12	2	6	0	1		$Z$	0	-3	-	0	0					
Ба- зис	Сво- бод-	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Оце- ночные																											
$x_3$	20	4	5	1	0																												
$x_4$	12	2	6	0	1																												
$Z$	0	-3	-	0	0																												
a	1																																
b	2																																
c	3																																
d	4																																
e	5																																
13	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Баз</th> <th rowspan="2">с</th> <th colspan="4">Переменные</th> <th rowspan="2">Оце- ночные соот- ноше- ния</th> </tr> <tr> <th><math>x_1</math></th> <th><math>x_2</math></th> <th><math>x_3</math></th> <th><math>x_4</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x_3</math></td> <td>18</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>x_4</math></td> <td>12</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>*</td> </tr> <tr> <td><math>Z</math></td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>В ячейке, отмеченной знаком *, будет число равное</p>	Баз	с	Переменные				Оце- ночные соот- ноше- ния	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_3$	18	6	3	1	0		$x_4$	12	2	6	0	1	*	$Z$	0	-	-	0	0	
Баз	с			Переменные					Оце- ночные соот- ноше- ния																								
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$																												
$x_3$	18	6	3	1	0																												
$x_4$	12	2	6	0	1	*																											
$Z$	0	-	-	0	0																												
a	1																																
b	2																																
c	3																																
d	5																																
e	6																																
14	<p>Сколько искусственных переменных надо ввести в задачу при решении ее симплекс методом:</p> $Z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 4; \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 3; \\ 3x_1 - x_2 \leq 0; \\ 7x_1 + x_2 \leq 7; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$																																
a	0																																
b	1																																
c	2																																
d	3																																
15	<p>В какие ограничения системы необходимо ввести искусственную переменную</p> $Z = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 + 3x_2 \geq 6; \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$																																

16	Сколько дополнительных переменных будет иметь задача, двойственная к данной $12x_1 + 15x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \leq 36; \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 20; \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 40 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$																																																						
a	0																																																						
b	1																																																						
c	2																																																						
d	3																																																						
17	Решение задачи линейного программирования с двумя основными переменными приведено в симплекс таблице: <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Базис</th> <th rowspan="2">Свободный член</th> <th colspan="6">Переменные</th> </tr> <tr> <th>x<sub>1</sub></th> <th>x<sub>2</sub></th> <th>x<sub>3</sub></th> <th>x<sub>4</sub></th> <th>x<sub>5</sub></th> <th>x<sub>6</sub></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x<sub>1</sub></td> <td>6</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>-6</td> <td></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>x<sub>5</sub></td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>-3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>x<sub>2</sub></td> <td>4</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>x<sub>6</sub></td> <td>3</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>z</td> <td>24</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>11</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>Тогда решение двойственной задачи будет:</p>	Базис	Свободный член	Переменные						x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>1</sub>	6	1	0	1	-6		0	x <sub>5</sub>	1	0	0	-3	2	1	0	x <sub>2</sub>	4	0	1	5	3	0	0	x <sub>6</sub>	3	0	0	2	5	0	1	z	24	0	0	11	2	0	0
Базис	Свободный член			Переменные																																																			
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>																																																
x <sub>1</sub>	6	1	0	1	-6		0																																																
x <sub>5</sub>	1	0	0	-3	2	1	0																																																
x <sub>2</sub>	4	0	1	5	3	0	0																																																
x <sub>6</sub>	3	0	0	2	5	0	1																																																
z	24	0	0	11	2	0	0																																																
a	Y=(2;11;0;0;0;0)																																																						
b	Y=(2;11;0;0;1;3)																																																						
c	Y=(11;2;0;0;0;0)																																																						
d	Y=(4/5;3/5;0;0;0;0)																																																						
18	Найти решение двойственной задачи к задаче линейного программирования: $F(x) = 2x_1 - x_3 + x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0. \end{cases}$ если $x_{opt} = (1; 0; 0; 1,5), F_{max} = 2,5$ .																																																						
a	$y_{opt} = (0,5; 0,25) S_{min} = 2,5$																																																						
b	$y_{opt} = (0,75; 0,25) S_{min} = 2,5$																																																						
c	$y_{opt} = (-0,75; 0,25) S_{min} = 2,5$																																																						
d	$y_{opt} = (0,75; -0,25) S_{min} = 2,5$																																																						
e	$y_{opt} = (0,75; 0,5) S_{min} = 2,5$																																																						
19	Найти целочисленное решение задачи линейного программирования: $F(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 7, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$																																																						
a	$x_{opt} = (5; 4) F_{max} = 22.$																																																						
b	$x_{opt} = (5; 3) F_{max} = 19.$																																																						
c	$x_{opt} = (4; 3) F_{max} = 17.$																																																						
d	$x_{opt} = (2; 0) F_{max} = 4.$																																																						
e	$x_{opt} = (3; 3) F_{max} = 15.$																																																						
20	На графике т, обозначена область допустимых решений в задаче целочисленного программирования для целевой функции $z = f(x, y)$ . Стрелкой изображен вектор-градиент целевой функции.																																																						



В задаче на минимум правильное отсечение будет задаваться прямой:

- a  $y=3$
- b  $y=2$
- c  $y=4$
- d  $x=5$

21 В таблице поставлена транспортная задача: по строкам - количество единиц груза, которое нужно отправить с трех пунктов отправления; по столбцам - количество единиц груза, которое требуется трем пунктам назначения. В ячейках таблицы представлена стоимость (руб) доставки одной единицы груза от  $i$ -го пункта отправления к  $j$ -му пункту назначения.

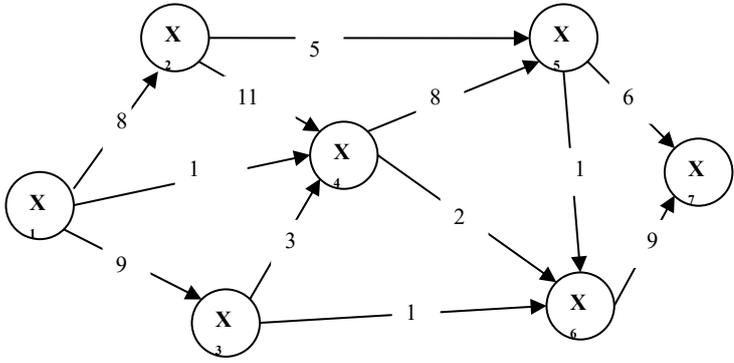
	150	130	120
100	1	2	3
150	3	2	1
150	2	3	1

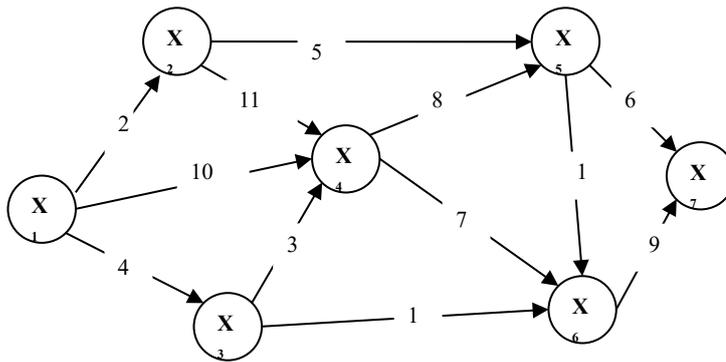
Минимальная суммарная стоимость доставки грузов от пунктов отправления к пунктам назначения равна

- a 560 руб
- b 570 руб
- c 580 руб
- d 590 руб
- e 600 руб

22 В таблице решена транспортная задача: по строкам - количество единиц груза, которое нужно отправить с трех пунктов отправления; по столбцам - количество единиц груза, которое требуется трем пунктам назначения. В ячейках таблицы (малый квадрат) представлена стоимость (руб) доставки одной единицы груза от  $i$ -го пункта отправления к  $j$ -му пункту назначения. В ячейках таблицы (большой квадрат) пред-

	<p>ставлено решение транспортной задачи.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><b>150</b></td> <td style="text-align: center;"><b>130</b></td> <td style="text-align: center;"><b>120</b></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>10</b></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>15</b></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>15</b></td> <td style="text-align: center;">5</td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td style="text-align: center;">*</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> </tr> </table> <p>Потенциал ячейки, обозначенной символом *, равен</p>			<b>150</b>	<b>130</b>	<b>120</b>					1	2	3	<b>10</b>	1					<b>0</b>	0						0							3	2		1	<b>15</b>			1	2		<b>0</b>			3	0					0					2	3		1	<b>15</b>	5			1		<b>0</b>	0		*	0						0	
		<b>150</b>	<b>130</b>	<b>120</b>																																																																											
			1	2	3																																																																										
<b>10</b>	1																																																																														
<b>0</b>	0																																																																														
	0																																																																														
		3	2		1																																																																										
<b>15</b>			1	2																																																																											
<b>0</b>			3	0																																																																											
			0																																																																												
		2	3		1																																																																										
<b>15</b>	5			1																																																																											
<b>0</b>	0		*	0																																																																											
				0																																																																											
a	0																																																																														
b	-4																																																																														
c	-3																																																																														
d	-1																																																																														
e	-2																																																																														
23	<p>Минимальная суммарная стоимость доставки грузов от пунктов отправления к пунктам назначения равна:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">180</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">40</td> <td style="text-align: center;">80</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">50</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">70</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">9</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">120</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">140</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> </table>		180	100	40	80	50	4	7	10	7	70	6	7	9	10	120	5	12	4	3	140	3	8	8	6																																																					
	180	100	40	80																																																																											
50	4	7	10	7																																																																											
70	6	7	9	10																																																																											
120	5	12	4	3																																																																											
140	3	8	8	6																																																																											
a	$S_{\min} = 1540$																																																																														
b	$S_{\min} = 1476$																																																																														
c	$S_{\min} = 1490$																																																																														
d	$S_{\min} = 1420$																																																																														
e	$S_{\min} = 1470$																																																																														
24	Функция $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ имеет стационарные точки...																																																																														
a	(0;2) и (0;-2)																																																																														
b	(-2;2)																																																																														
c	(2;-2)																																																																														

d	(0;2) и (1;-2)
e	(1;2) и (1;-2)
25	Найти экстремумы функции методом множителей Лагранжа: $y = x_1^2 - 4x_2$ при условии $x_1 - x_2 = 1$ .
a	$x_{\min} = (-1; 2) \quad y_{\min} = -7$
b	$x_{\min} = (2; 1) \quad y_{\min} = 0$
c	$x_{\max} = (2; 1) \quad y_{\max} = 0$
d	$x_{\max} = (-1; 2) \quad y_{\max} = -7$
e	$x_{\max} = (0; 1) \quad y_{\max} = -4$
26	Градиент функции $z = 4 + x^2 - 2xy + 3y$ в точке (1;0) равен...
a	$-2i + j$
b	$2i + j$
c	$-2i$
d	$2j$
e	$i - 2j$
27	Кратчайший путь в сети от X1 до X7 
a	$x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$
b	$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 \rightarrow x_7$
c	$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_5 \rightarrow x_7$
d	$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$
28	Критический путь сети от X1 до X7



a	$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$
b	$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$
c	$x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$
d	$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_6 \rightarrow x_7$

**Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Линейные экономические модели.
2. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
3. Продуктивная модель Леонтьева.
4. Общая задача исследования операций.
5. Общая задача линейного программирования.
6. Примеры задач линейного программирования.
7. Каноническая формулировка задачи линейного программирования.
8. Графический метод решения задачи линейного программирования.
9. Симплекс-метод и его алгоритм.
10. Метод искусственных переменных.
11. Двойственная задача линейного программирования.
12. Транспортная задача. Поиск первоначального решения.
13. Транспортная задача. Метод потенциалов.
14. Транспортная задача. Построение циклов.
15. Общая задача целочисленного программирования.
16. Метод Гомори решения задачи целочисленного программирования.
17. Общая постановка задачи динамического программирования..
18. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
19. Глобальный и условный экстремумы.
20. Метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума.
21. Выпуклые множества и выпуклые функции.
22. Выпуклое программирование.
23. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.
24. Сетевая модель и ее основные элементы.
25. Построение сетевых графиков.
26. Анализ сетевых моделей.
27. Классические методы оптимизации. Виды экстремумов.
28. Достаточное условие существования глобального экстремума, теорема Вейерштрасса.

- Безусловная оптимизация (в отсутствии ограничений).
29. Производная по направлению и градиент. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
  30. Функция Лагранжа. Седловая точка функции Лагранжа. Необходимые и достаточные условия условного экстремума.
  31. Условия Куна-Таккера как необходимые условия локальной оптимальности. Достаточное условие оптимальности в общей задаче нелинейного программирования.
  32. Формулировка выпуклой задачи нелинейного программирования. Условия Куна-Таккера как необходимые и достаточные условия оптимальности.
  33. Задача о назначениях. Венгерский метод.
  34. Транспортная модель с промежуточными пунктами.
  35. Сетевые модели. Алгоритм построения минимального остовного дерева.
  36. Задача нахождения кратчайшего пути.
  37. Задача о максимальном потоке. Нахождение потока наименьшей стоимости.
  38. Учет оптовых скидок в модели экономического размера заказа, оптимальный размер заказа для группы товаров
  39. Программный метод управления. Принцип обратной связи. Формирование и управление программой.
  40. Задача Коши для дифференциальных уравнений и ее решение.
  41. Преобразование Лапласа.
  42. Линейные дифференциальные уравнения в пространстве состояний. Траектории в фазовом пространстве.
  43. Линейные разностные уравнения и с постоянными коэффициентами
  44. Статистическое моделирование. Вероятностные характеристики ЭС.
  45. Исследование ЭС методами имитационного моделирования.
  46. Популяционная динамика. ММ Мальтуса, Вольтерры-Лотки, логистическое уравнение.
  47. Хаотические процессы и системы. Аттракторы. Бифуркации. Аттрактор Лоренца.
  48. Способы упорядочения хаоса. Гармонизирующие инварианты.
  49. Фракталы и их классификация. Геометрические фракталы. Алгебраические фракталы: множества Жюлиа и Мандельброта.
  50. Математические модели на основе сетей Петри. Связь сетей Петри с разностными уравнениями.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература**

1. Королев, А. В. Экономико-математические методы и моделирование : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. В. Королев. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 280 с. - (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс).
2. Косников, С. Н. Математические методы в экономике : учебное пособие для вузов / С. Н. Косников. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 172 с. - (Серия : Университеты России)

3. Дубина, И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / И. Н. Дубина. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 349 с. - (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс).

#### **Дополнительная литература:**

1. Фомин, Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебник для бакалавров / Г. П. Фомин. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 462 с. - (Серия : Бакалавр. Академический курс).

2. Гармаш, А. Н. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Издательство Юрайт, 2017. - 328 с. - (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс).

### **8. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)**

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть практических занятий планируется проводить в компьютерном классе с использованием компонентов Microsoft Office 2007, 2008, 2010: Word, Excel, Access, PowerPoint, Visio, 1С: Предприятие.

#### **Методические рекомендации по изучению дисциплины**

*Комплексное изучение предлагаемой студентам учебной дисциплины «математические модели в экономике» предполагает овладение материалами лекций, приобретение практических навыков работы при исследовании, анализе систем и моделей, выполнении индивидуальных самостоятельных заданий.*

*Процесс по освоению всей совокупности теоретического и практического материала по дисциплине должен быть реализован в течение одного семестра и, проходить в соответствии с предложенным планом.*

*Каждая новая тема сначала объясняется преподавателем, рассматривается на примерах, затем, для закрепления полученных на занятии знаний, студенты выполняют соответствующие упражнения и получают домашние задания. Полученные оценки за выполненные упражнения и домашние задания являются одной из основ для выставления промежуточной аттестации. Экзамен (зачет) проводится в форме компьютерного тестирования и (или) выполнения контрольных заданий по пройденным темам.*

*В ходе лекций раскрываются основные теоретические вопросы программы дисциплины, делаются акценты на наиболее сложные и интересные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются базовыми для подготовки к экзамену (зачету).*

*Для закрепления полученных теоретических и практических знаний студентам в течение всего учебного года предлагаются индивидуальные задания (типовые семестровые расчеты) самостоятельной работы. Консультирование по выполнению индивидуальных заданий может проводиться через электронный обмен сообщениями, посредством Интернет. Контроль выполненных заданий осуществляется либо непосредственно на занятиях, либо на консультациях.*

Обучающимся необходимо помнить, что качество полученного образования в немалой степени зависит от активной роли самого обучающегося в учебном процессе. Обучающийся должен быть нацелен на максимальное усвоение подаваемого лектором материала, после лекции и во время специально организуемых индивидуальных встреч он может задать лектору интересующие его вопросы.

Лекционные занятия составляют основу теоретического обучения и должны давать систематизированные основы знаний по дисциплине, раскрывать состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрировать внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность и способствовать формированию творческого мышления.

Главная задача лекционного курса – сформировать у обучающихся системное представление об изучаемом предмете, обеспечить усвоение будущими специалистами основополагающего учебного материала, принципов и закономерностей развития соответствующей научно-практической области, а также методов применения полученных знаний, умений и навыков.

Основные функции лекций: 1. Познавательная-обучающая; 2. Развивающая; 3. Ориентирующе-направляющая; 4. Активизирующая; 5. Воспитательная; 6. Организующая; 7. информационная.

Выполнение лабораторных (практических) заданий служит важным связующим звеном между теоретическим освоением данной дисциплины и применением ее положений на практике. Они способствуют развитию самостоятельности обучающихся, более активному освоению учебного материала, являются важной предпосылкой формирования профессиональных качеств будущих специалистов.

Проведение практических занятий не сводится только к органическому дополнению лекционных курсов и самостоятельной работы обучающихся. Их вместе с тем следует рассматривать как важное средство проверки усвоения обучающимися тех или иных положений, даваемых на лекции, а также рекомендуемой для изучения литературы; как форма текущего контроля за отношением обучающихся к учебе, за уровнем их знаний, а следовательно, и как один из важных каналов для своевременного подтягивания отстающих обучающихся.

Самостоятельная работа может быть успешной при определенных условиях, которые необходимо организовать. Ее правильная организация, включающая технологии отбора целей, содержания, конструирования заданий и организацию контроля, систематичность самостоятельных учебных занятий, целесообразное планирование рабочего времени позволяет привить студентам умения и навыки в овладении, изучении, усвоении и систематизации приобретаемых знаний в процессе обучения, привить навыки повышения профессионального уровня в течение всей трудовой деятельности.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтра. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были,

по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения учебной дисциплины, рассмотрены через соответствующие знания, умения и владения. Для проверки уровня освоения дисциплины предлагаются вопросы к экзамену и тестовые материалы, где каждый вариант содержит задания, разработанные в рамках основных тем учебной дисциплины и включающие терминологические задания.

Основные методические указания для обучающихся по дисциплине указаны в разделе основная и дополнительная литература.

### **Методические указания к самостоятельной работе по дисциплине**

#### **Эссе**

Написание эссе – это вариант творческой работы, в которой должна быть выражена позиция автора по избранной теме.

Эссе – прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, трактующее тему и представляющее попытку передать индивидуальные впечатления и соображения, так или иначе, с ней связанные.

#### **Алгоритм выполнения задания:**

- Выбрать тему эссе, если она не задана изначально.
- Сформулировать предмет анализа в эссе или исходные тезисы.
- Правильно подобрать и эффективно использовать необходимые источники (желательно, чтобы в их число входили первоисточники).
- Критически проанализировать различные факты и оценить их интерпретацию.
- Сформулировать собственные суждения и оценки, основанные на свидетельствах и тщательном изучении источника.

Эссе должно включать следующие части, отвечающие определенным требованиям:

1. Краткое содержание, в котором необходимо:
  - 1.1. четко определить тему и предмет исследования или основные тезисы;
  - 1.2. кратко описать структуру и логику развития материала;
  - 1.3. сформулировать основные выводы.
2. Основная часть эссе содержит основные положения и аргументацию.
3. Заключение, в котором следует:
  - 3.1. четко выделить результаты исследования и полученные выводы;
  - 3.2. обозначить вопросы, которые не были решены, и новые вопросы, появившиеся в процессе исследования.
4. Библиография.

При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

#### **Реферат**

Реферат – форма научно-исследовательской деятельности, направленная на развитие научного мышления, на формирование познавательной деятельности по предмету через комплекс взаимосвязанных методов исследования, на самообразование и творческую деятельность.

Какие **задачи решает** данная форма научно-исследовательской деятельности?

- Расширяет знания по общим и частным вопросам предмета.

- Способствует формированию умений и навыков самостоятельной исследовательской работы; закладывает базу для научного исследования в профессиональной области и т.д.
- Содействует формированию библиографических знаний и умений.
- Формирует навык оформления научных работ.

Какие можно выделить *этапы и методы исследования* в разработке темы?

- Изучение литературы по теме.
- Обоснование актуальности темы.
- Подбор материала для написания основной части реферата.
- Выделение вопросов, предлагаемых для эмпирического исследования.
- Подбор иллюстративного материала по теме реферата (если требуется необходимость исследования).
- Определение результатов исследования.

Рефераты могут носить как теоретический, так и практический характер.

Какие возможно предложить рекомендации при *защите реферата*?

- Время отведённое на защиту реферата не должно превышать 15 минут. Сюда входит не только изложение информации аттестуемым, но и вопросы, задаваемые выступающим.
- Выступление заключается в изложении следующих моментов: актуальности темы, основные теоретические выкладки, выводы по работе. Выступление должно сопровождаться наглядным материалом (презентация).

*Оценивается* работа по следующим критериям:

- Актуальность темы исследования.
- Характер изложения материала: научность, доступность, последовательность, язык изложения, вызывает ли интерес прочитанный материал и т.д.
- Наличие графических работ, их качество (если требуется необходимость исследования).
- Наличие иллюстративного материала, его соответствие тематике исследования (если требуется необходимость исследования).
- Оформление работы.
- Качество защиты: знание материала, использование наглядных пособий, ответы на вопросы.

*Методические рекомендации* к подготовке и оформлению рефератов.

- Приступая к выполнению работы необходимо внимательно ознакомиться с предлагаемой тематикой. Исходя из собственных интересов, наличия литературы или возможности получить ее в библиотеке, обучающийся должен выбрать для работы одну из рекомендуемых тем.
- Работая с библиографическими источниками, следует помнить, что почти во всех книгах имеется список литературы, который дает представление о наиболее значимых работах в соответствующей научной отрасли. Это облегчат целенаправленный поиск литературы. Приемлемым количеством литературных источников можно считать 10 книг. Главное для автора — показать, что он знаком с важнейшими работами по данному вопросу и сумел на их основе всесторонне раскрыть тему.
- Просмотрев основную литературу, составляете план работы.
- Далее приступаете к написанию черновика работы. Работу с литературными источ-

никами необходимо проводить в форме конспектирования текста своими словами, а не переписыванием его. Конспект лучше делать на небольших листах бумаги и на один лист писать только те материалы, которые относятся к одному пункту плана. По вопросам, которые вызывают затруднения необходимо проводить индивидуальную консультацию с преподавателем. Отработав тщательно черновик, приступаете к оформлению работы на чисто.

- Работа не должна быть объемной (15 печатных страниц). При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

### **Доклад**

Доклад – это вид самостоятельной работы, заключающийся в разработке обучающимися темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

- передача в устной форме информации;
- публичный характер выступления; — стилевая однородность доклада;
- четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;
- умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, обучающимся может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок. Такая работа, в процессе которой приходится сравнивать, сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к дифференцированному зачету.

### **Презентация**

Презентация — это документ или комплект документов, предназначенный для представления чего-либо (организации, проекта, продукта и т.п.). Цель презентации — донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации в удобной форме.

#### **Стиль презентации**

1. Вся презентация должна быть выдержана в едином стиле, на базе одного шаблона.
2. Стиль включает в себя:
  - 2.1. общую схему шаблона: способ размещения информационных блоков;
  - 2.2. общую цветовую схему дизайна слайда;
  - 2.3. цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;
  - 2.4. параметры шрифтов (гарнитура, цвет, размер) и их оформления (эффекты), используемых для различных типов текстовой информации (заголовки, основной текст, выделенный текст, гиперссылки, списки, подписи);
  - 2.5. способы оформления иллюстраций, схем, диаграмм, таблиц и др.

#### **Правила использования цвета.**

Одним из основных компонентов дизайна учебной презентации является учет физиологических особенностей восприятия цветов человеком. К наиболее значимым из них

относят:

1. стимулирующие (теплые) цвета способствуют возбуждению и действуют как раздражители (в порядке убывания интенсивности воздействия): красный, оранжевый, желтый;
2. дезинтегрирующие (холодные) цвета успокаивают, вызывают сонное состояние (в том же порядке): фиолетовый, синий, голубой, сине-зеленый; зеленый;
3. нейтральные цвета: светло-розовый, серо-голубой, желто-зеленый, коричневый;
4. сочетание двух цветов — цвета знака и цвета фона — существенно влияет на зрительный комфорт, причем некоторые пары цветов не только утомляют зрение, но и могут привести к стрессу (например, зеленые буквы на красном фоне);

#### **Правила использования фона**

1. Фон является элементом заднего (второго) плана, должен выделять, оттенять, подчеркивать информацию, находящуюся на слайде, но не заслонять ее.
2. Легкие пастельные тона лучше подходят для фона, чем белый цвет.
3. Для фона предпочтительны холодные тона.

#### **Правила использования текстовой информации**

*Не рекомендуется:*

1. перегружать слайд текстовой информацией;
2. использовать блоки сплошного текста;
3. в нумерованных и маркированных списках использовать уровень вложения глубже двух;
4. использовать переносы слов;
5. использовать наклонное и вертикальное расположение подписей и текстовых блоков;
6. текст слайда не должен повторять текст, который преподаватель произносит вслух (зрители прочитают его быстрее, чем расскажет преподаватель, и потеряют интерес к его словам).

*Рекомендуется:*

1. сжатость и краткость изложения, максимальная информативность текста: короткие тезисы, даты, имена, термины — главные моменты опорного конспекта;
2. использование коротких слов и предложений, минимум предлогов, наречий, прилагательных;
3. использование нумерованных и маркированных списков вместо сплошного текста;
4. использование табличного (матричного) формата предъявления материала, который позволяет представить материал в компактной форме и наглядно показать связи между различными понятиями;
5. выполнение общих правил оформления текста;
6. тщательное выравнивание текста, буквиц, маркеров списков;

#### **Правила использования шрифтов**

При выборе шрифтов для представления вербальной информации презентации следует учитывать следующие правила:

1. Не рекомендуется смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.
2. Учитывая, что гладкие (плакатные) шрифты, т. е. шрифты без засечек (типа Arial, Tahoma, Verdana и т.п.) легче читать с большого расстояния, чем шрифты с засечками (типа Times), то:

- 2.1. для основного текста предпочтительно использовать плакатные шрифты;
- 2.2. для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем и не контрастирует с основным шрифтом.
3. Текст должен быть читабельным (его должно быть легко прочитать с самого дальнего места).
4. Рекомендуемые размеры шрифтов:
  - 4.1. для заголовков - не менее 32 пунктов и не более 50, оптимально - 36 пункта;
  - 4.2. для основного текста - не менее 18 пунктов и не более 32, оптимально - 24 пункта.

### **Правила использования графической информации**

Динамика взаимоотношений визуальных и вербальных элементов и их количество определяются функциональной направленностью учебного материала. Изображение информативнее, нагляднее, оно легче запоминается, чем текст. Поэтому, если можно заменить текст информативной иллюстрацией, то лучше это сделать.

При использовании графики в презентации следует выполнять следующие правила и рекомендации, обусловленные законами восприятия человеком зрительной информации:

#### **Анимационные эффекты**

1. Рекомендуется использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде. Однако не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.
2. Анимация должна быть сдержанна, хорошо продумана и допустима:
  - 2.1. для демонстрации динамичных процессов;
  - 2.2. для привлечения внимания слушателей, создания определенной атмосферы презентации.
3. Анимация текста должна быть удобной для восприятия: темп должен соответствовать технике чтения обучающихся.
4. Не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами, они не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде.
5. Анимация не должна быть слишком активной. Особенно нежелательны такие эффекты, как вылет, вращение, волна, побуквенное появление текста и т.д. В учебных презентациях для детей и подростков такие эффекты, как движущиеся строки по горизонтали и вертикали, запрещены нормативными документами.

Важнейшим свойством мультимедийного блока является скорость и качество его работы в составе презентации. С этой точки зрения наличие большого количества мультимедийных блоков в презентации нецелесообразно, так как может значительно замедлить ее работу.

Учет указанных особенностей конструирования и оформления презентации в значительной степени влияет на эффективность восприятия представленной в ней информации.

## **9. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Для эффективного использования учебных материалов необходим офисный пакет MS Office, а также программы Project Expert и Альт Инвест.

1. ЭБС «IPR» books

2. ЭБС Юрайт

3. Публикации по экономике и финансам (<http://www.finansy.ru>)

4. Сайт издательства Экономическая школа (электронные версии учебников издательства в свободном доступе, экономический словарь, биографии экономистов и другие материалы) (<http://www.economicus.ru>)

**10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине «Управление общественными отношениями»**

Аудитории должны быть обеспечены рабочим местом преподавателя, партами и стульями для студентов, мультимедийным оборудованием, проектором, персональными компьютерами с MS Office (в случае необходимости для конкретного занятия), устройством звукоусиления (в случае, если того требует размер аудитории) и др.